

LA MESURE AU PREMIER CYCLE

PROGRAMMES ET INSTRUCTIONS

La partie du texte des programmes 1985 qui expose les objectifs du premier cycle de l'école élémentaire au sujet de la mesure est très succincte:

"... confrontare e misurare lunghezze, estensioni, capacità, durate temporali, usando opportune unità arbitrarie o convenzionali, e loro successive suddivisioni"

Et pourtant la quantité de travail pédagogique et didactique qu'une telle prescription exige est énorme!

Les indications didactiques qui suivent confirment l'ampleur des activités d'apprentissage/enseignement.

Au point 4 des "Indicazioni didattiche", l'itinéraire conseillé comprend, en synthèse:

- la comparaison "indirecte" des objets par un étalon arbitraire. Par ex: la longueur de deux crayons;
- la comparaison "indirecte" des objets en utilisant une unité de mesure du système légal (m, kg, l, etc);
- une base expérimentale très riche pour aider l'enfant à comprendre la nature de l'activité de mesurage: "...«misurare» significa scandire una quantità continua e scoprire le difficoltà che si incontrano e gli errori che si possono commettere in un processo di misurazione".
- l'élargissement de la pratique de la mesure à des aspects de la vie sociale et économique (par ex: compo-

sition et dimensions des appartements, habitudes sociales, prix des aliments, etc) afin de ne pas restreindre cette activité aux seuls aspects physiques de la réalité, tels que la longueur, la masse, la capacité, etc...:

QUELQUES RAPPELS THÉORIQUES

La mesure

MESURER c'est exprimer par un nombre l'intensité d'un aspect caractéristique d'un objet: longueur, température, vitesse, capacité, bruit, extension, pression, volume, masse, prix (valeur en monnaie), etc... Une personne, une boîte, un pneu ne sont mesurables que par la description quantitative de quelques unes de leurs propriétés: la masse de Jeanine, le volume d'un seau, la pression d'un pneu.

Pour l'évaluation d'une grandeur on utilise un ETALON, un modèle légal c'est-à-dire une UNITE DE MESURE définie avec le maximum de précision possible (1) et, en principe, subdivisé en fractions.

L'action de mesurer vise à établir combien de fois l'objet à mesurer vaut l'unité de mesure ou ses fractions.

Valeur exacte et valeur approximative

La valeur d'une mesure s'exprime, en général, par un nom-

bre suivi du symbole de la mesure:

- 1,7 m: taille moyenne en mètres des hommes européens;
- 1000 w, puissance en watts d'un fer à repasser électrique;
- 55 d B: intensité en décibels de la voix moyenne d'une personne.

On parle de *valeurs continues* lorsqu'on emploie des instruments de mesure dont les unités sont toujours divisibles en unités fractionnaires. Il est évident que les mesures exprimées par des valeurs continues ne sont jamais exactes.

Les grandeurs formées d'unités physiquement distinctes (un groupe de 12 filles, un ensemble de 5 pommes) s'expriment par des *valeurs discrètes*, c'est-à-dire non réductibles en parties, ou fractions.

L'unité de mesure est tout simplement ici un objet, n'importe lequel de l'ensemble. En ce cas le mesurage est fait par comptage ou dénombrement et on obtient une valeur exacte. Mais si le comptage est fait grossièrement par dizaines ou centaines, on revient à des valeurs approximatives.

(1) Le prototype international du mètre, déposé à Sèvres, est en platine iridiée (alliage de platine et d'iridium lui conférant des propriétés particulières de stabilité). Sa précision a été accrue en 1960, par des procédés qui utilisent les longueurs d'onde de certaines radiations du Krypton 86.

LES INSTRUMENTS ET LES PROCÉDÉS

La mesure

La validité d'une opération est fonction des conditions suivantes:

1) elle doit donner un nombre dont le dernier chiffre soit déterminé d'une manière certaine.

Quelques exemples:

- l'information **5 m** nous assure que la valeur de la mesure est au moins cinq mètres
- l'information **5,0 m** nous assure que la mesure a été poussée au décimètre, mais il reste à savoir s'il y a quelques centimètres en plus...
- En toute rigueur les équivalences **5 m = 50 dm** ou **5,0 m = 500 cm** sont incorrectes, car il s'agit là de mesures exprimées par des valeurs continues;

2) cette même opération, répétée par n'importe qui, doit donner les mêmes valeurs, c'est-à-dire les mêmes nombres.

Les deux conditions nous mettent en garde: mesurer n'est pas si simple que l'on imagine au premier abord.

La série de valeurs:

a) **12,5 m**; b) **12,50 m**; c) **12,501 m**; **12,5014 m** exprime la longueur d'un même objet mesurée avec des instruments gradués:

a) en **dm**; b) en **cm**; c) en **mm**; d) en **dixièmes de millimètres**.

Les valeurs sont de plus en plus proches de la valeur vraie (ou exacte), mais évidemment ils ne l'atteindront jamais, car il est (théoriquement et pratiquement) impossible d'arrêter ce processus.

En tenant compte de la réalité, le menuisier ne va presque jamais au-delà du demi-millimètre, tandis qu'un mécanicien-tourneur pousse la précision de ses travaux au centième de millimètre en se servant d'appareils très sensibles (et très compliqués).

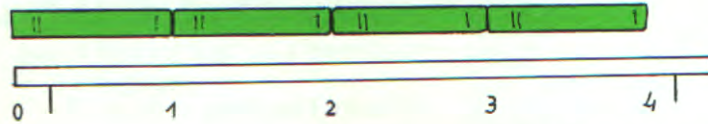
En effet la **SENSIBILITE'** d'un instrument correspond à la grandeur la plus petite qu'il peut mesurer. Si on mesure le plateau d'une table avec le dos d'un livre ont peut affirmer que sa longueur est de 4 livres car cet instrument (un livre) ne peut pas

mesurer des longueurs plus petites que la sienne.

C'est l'ordre de grandeur de l'unité de mesure choisie qui détermine le degré de précision d'une mesure.

vent des imprécisions de fabrication des instruments.

Mesure directe, mesure indirecte



LIVRE
TABLE

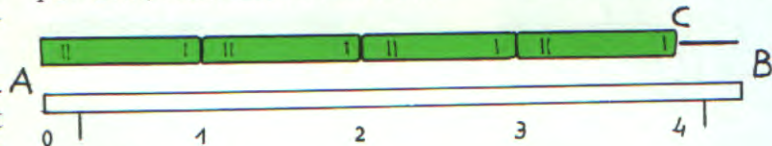
Donc une partie des erreurs de mesure est due à l'instrument même (**ERREURS SYSTEMATIQUES**) et cette erreur correspond à la différence entre la valeur vraie et la valeur qui résulte de l'opération de mesure: les longueurs sont en général exprimées *par défaut*, c'est une convention tacite.

On peut exprimer une valeur *par excès*, mais alors il faut claire-

Au point 4 des "indicazioni didattiche" (partie mathématique) on parle des étapes d'un itinéraire de travail pour la mesure:

- comparaison directe (de deux objets)
- comparaison indirecte (des objets) par un étalon arbitraire
- comparaison indirecte (des objets) par des unités du système légal.

Dans les livres de métrologie



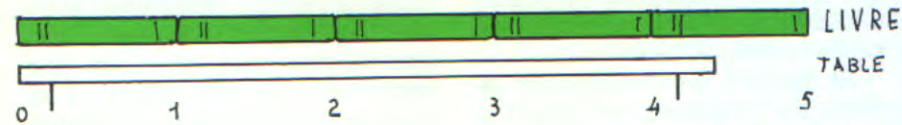
LIVRE
TABLE

A B: Valeur vraie
A C: Valeur mesurée
C B: Erreur systématique due à l'instrument

ment le signaler: longueur de l'objet **AB**: 5 livres par excès, valeur qui est approximative autant que celle par défaut (longueur de la table: entre 4 et 5 livres).

on parle aussi de *mesure directe* et *indirecte* et cette distinction ultérieure explique certaines difficultés des élèves:

Une règle graduée en dm, m, et

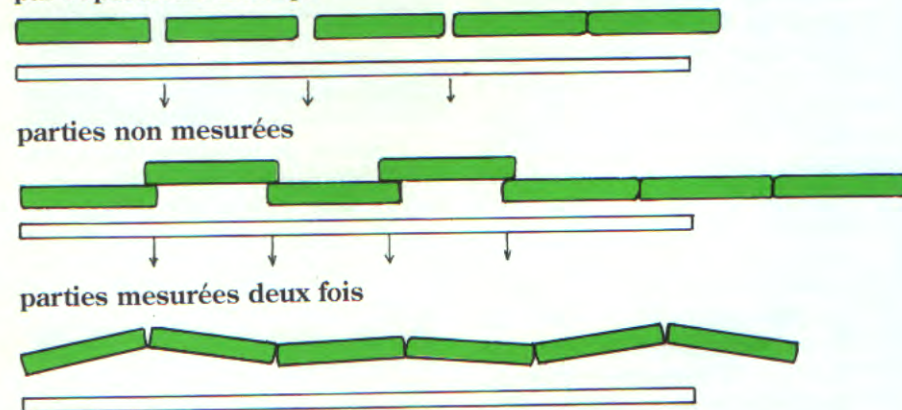


LIVRE
TABLE

D'autres erreurs systématiques peuvent relever des variations de la température, de la pression atmosphérique, de la matière (bois, métal, etc) et sou-

mm, est un instrument de mesure directe des longueurs, car l'objet est directement comparé (sans autre intermédiaire) à des unités de mesure du même genre.

Certaines erreurs, dites ACCIDENTELLES, peuvent être commises par l'opérateur. Exemple



Orientation incorrecte de l'instrument

Un thermomètre médical à alcool ou à mercure est un instrument de mesure indirecte, car la quantité de chaleur n'est pas comparée directement à une autre quantité établie de chaleur, mais à la dilatation (augmentation de volume) d'un fluide dans un tube fermé.

Les horloges digitales ou analogiques sont aussi des instruments de mesure indirecte.

On trouve le volume d'une boîte (parallélépipède droit) par un calcul qui est, lui aussi une mesure indirecte, car on obtient cette valeur par un double produit de trois longueurs : $(a \times m \times b \times m \times h \times m) = v \text{ m}^3$.

On peut mesurer plus directement cette boîte en la "remplissant" par une série de couches bien rangées et superposées de cubes égaux. Si les enfants ne passent pas par cette étape au cours de la classe de deuxième, ils auront probablement des difficultés à comprendre la notion de volume.

CAPACITÉS

Pour les mêmes raisons exposées dans l'article sur la géométrie (n° 10 de l'Ecole valdôtaine), au lieu de décrire des objectifs, on a préféré donner une liste de "capacités" fondamentales d'ordre intellectuel et pratique, suivie de la description de quelques **activités** et de quelque renseignements sur le **matériel didactique** à utiliser.

1. Savoir *décrire* les caractéristiques des objets en utilisant le *langage courant* et le *sens commun*: forme, couleur, dimension,

consistance, flexibilité (rond, bleu, grand, mou, pliable, élastique, flottant,...).

2. Savoir utiliser un *langage pré-scientifique* en mettant au point la *signification* des termes désignant la propriété.

On parvient petit à petit une telle capacité en favorisant la discussion en classe (cela exige une forte et correcte stimulation de la part du maître) pour rendre toujours moins individuel ce type de langage.

On peut définir, par exemple de façons différentes la FLEXIBILITE' et l'ELASTICITE' des objets, mais l'important est de parvenir à *une seule définition*, car le langage scientifique est toujours soumis à des *conventions*:

- flexible: tout objet qui peut être déformé;

- élastique: tout objet qui reprend sa forme après avoir été déformé;

Bien que largement incomplètes, ces deux définitions permettent de bien distinguer les deux propriétés.

3. Savoir *classer* (faire des ensembles) en utilisant tout d'abord des relations très élémentaires, telles que la ressemblance, la différence, etc., car l'enfant de cet âge est intéressé aux aspects qualitatifs des objets.

4. Savoir classer par sous-ensembles et *par classes d'équivalence*

5. Ensuite, puisque c'est une tendance typique des sciences exactes de passer des classements sur base qualitative aux classements fondés sur des *cri-*

tères quantitatifs, l'enfant doit être capable de classer en répondant à des questions telles que:

- de COMBIEN cet objet est-il plus épais que celui-là?

6. Savoir dresser des *histogrammes* pour étudier les *variations d'intensité* de quelques caractéristiques des objets ou de certains aspects de la vie sociale:

- nombre de graines contenues dans les gousses des petits-pois que maman a achetés ce matin...

- nombre de pièces des appartements des enfants de la classe..

7. Savoir comparer des objets pour établir des *classements alternatifs*: prendre un objet comme *étalon* et classer des éléments quelconques en deux ensembles:

A: éléments plus légers que l'étalon "a";

B: éléments de même poids que "a" ou plus lourds.

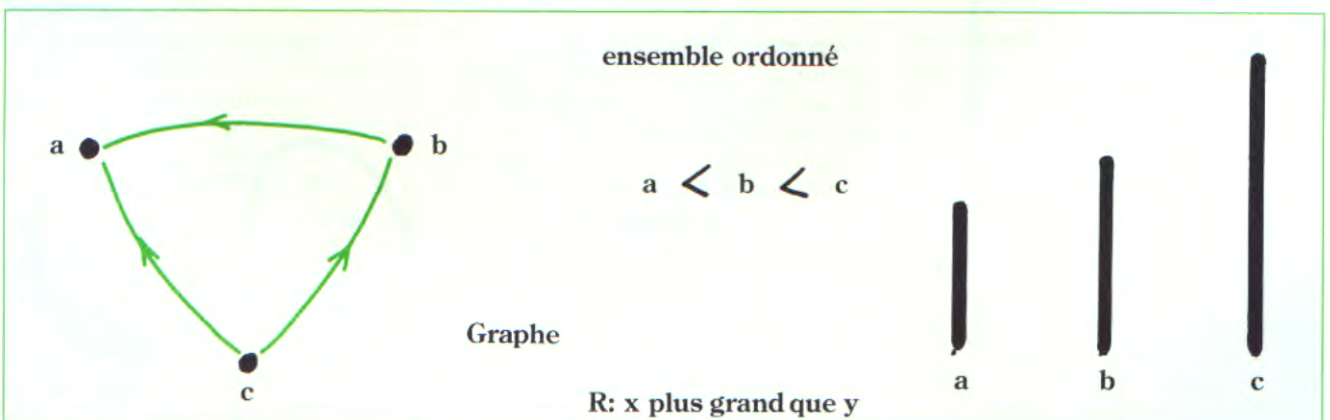
Savoir utiliser les symboles $<$ et \leq pour indiquer que si $\mathbf{b} < \mathbf{a}$ alors \mathbf{b} appartient à A et que si $\mathbf{c} \geq \mathbf{a}$ alors \mathbf{c} appartient à B.

En ce cas, en se servant d'une balance ordinaire à deux plateaux, on obtient les ensembles des LEGERS et des LOURDS par une activité disons pré-métrique.

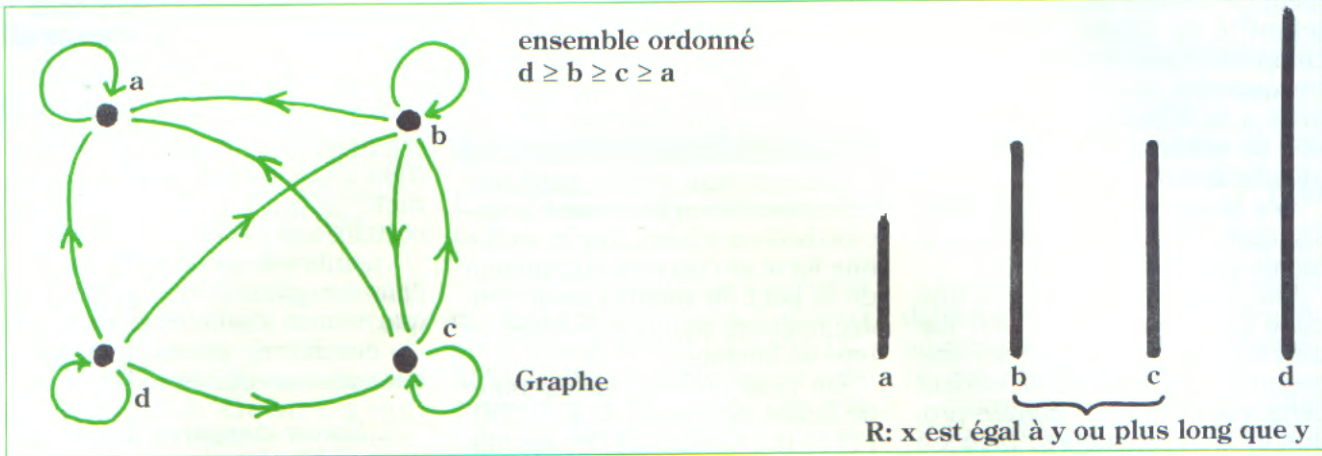
8. Savoir comparer les objets selon un critère défini, pour établir un ORDRE parmi les éléments d'un ensemble, en utilisant des relations d'ordre de type *topologique* (x est à gauche de y,...), *hiérarchique* (x obéit à y, x précède y,...) *pré-métriques* (x est plus lourd que y, x est plus large que y...),

9. Savoir établir des ORDRES STRICTS et LARGES dans un ensemble et les représenter par des graphes.

ORDRE STRICT (1)



ORDRE LARGE



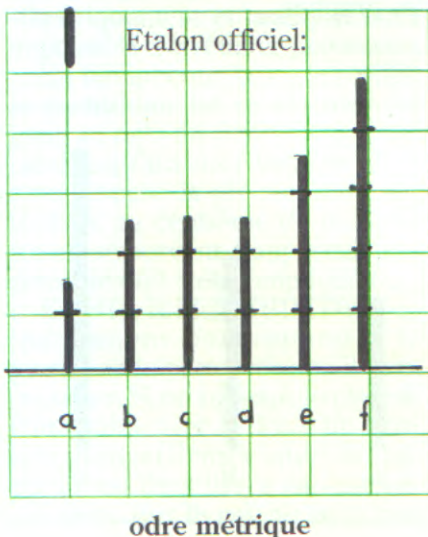
L'ordre large permet aussi d'insérer dans la succession les éléments ayant la même intensité que la propriété choisie. L'ordre strict n'admet pas les éléments égaux.

10. Savoir établir des ORDRES METRIQUES.

Par un classement alternatif les enfants peuvent définir, par exemple, un objet court ou long. Par un ordre strict ou large ils peuvent fixer la place d'un élément dans une série.

Dans un ORDRE METRIQUE la sériation est obtenue en mesurant les éléments avec une unité de mesure afin d'exprimer l'intensité d'une de ses propriétés (température, bruit, volume, etc.) par un NOMBRE. Encore un exemple sur les longueurs:

- étalon métrique: le crayon bille d'un enfant, que la classe a défini comme unité de mesure officielle de la classe.



Dans les dix points qui précèdent on a proposé un parcours d'accroissement et de développement des capacités intellectuelles. Dans le paragraphe qui suit on parlera des capacités pratiques qui sont indispensables pour bien fonder la notion générale de mesure.

ACTIVITÉS ET MATÉRIELS

Comparaison

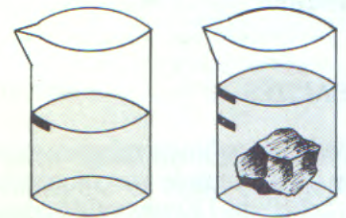
Se servir tout d'abord d'objets qui peuvent être comparés selon plusieurs caractéristiques bien évidentes: une collection de livres permet plusieurs comparaisons: selon l'épaisseur, la largeur, la longueur. L'emploi d'une balance à deux plateaux permet aussi d'en comparer le poids, après avoir essayé de l'estimer en soupesant les objets.

Pour comparer la "grosseur" (espace occupé ou volume) des pierres, que les enfants aiment collectionner, on peut les immerger dans un récipient en plasti-

que contenant de l'eau et marquer, avec des rubans adhésifs, les différents niveaux atteints,

Les enfants écrivent le résultat in extenso:

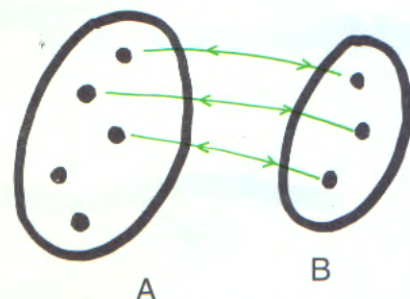
a est plus grand que b



et ensuite en langage scientifique: $a > b$

Il faut remarquer que la comparaison par comptage des éléments de deux ensembles est une véritable opération de mesure. La notion de mesure est donc incluse dans le concept de nombre naturel.

Pour ce type de comparaison il n'est pas strictement nécessaire de connaître les noms et les symboles des nombres; il suffit d'appliquer une correspondance terme à terme pour établir que $A > B$



(1) Sur les relations d'ordre et sur les graphes voir deux ouvrages de F. Speranza par Zanichelli: RELAZIONI E STRUTTURE et I GRAFI

- a: entre 1 et 2 unités
- b, c, d: entre 2 et 3 unités
- e: entre 3 et 4 unités
- f: entre 4 et 5 unités

erreur systématique:
 moins de 1 crayon-unité

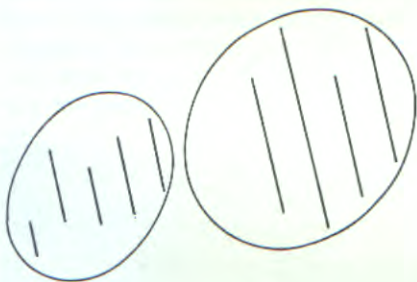
Classements alternatifs

Comme la notion d'*étalon* est à la base du concept de mesure, pour favoriser le processus d'abstraction il est important que les enfants puissent manipuler des matériels très variés et dans des situations différentes.

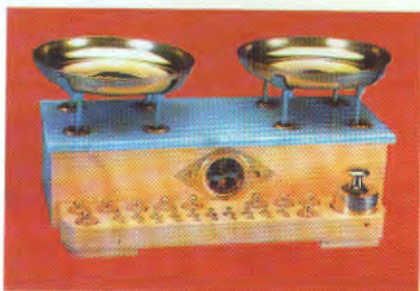
Ensemble de réglettes: les classer en deux sous-ensembles:

A- éléments longs comme l'étalon "a" ou plus longs;

B- éléments moins longs que "a";



Balance à deux plateaux, type Roberval, pour classer selon le poids: ensembles des éléments dits: "légers" et des éléments dits "lourds";



Le symbole \leq en tant que combinaison de deux relations déjà connues ($<$ et $=$) est aisément appris après un certain nombre de jeux et d'exercices.

Ordres

Par la relation $<$ et $>$ les enfants peuvent ordonner toutes sortes d'objets selon l'intensité d'une (et une seule) de leurs propriétés. Ils arrivent à ordonner aussi bien les éléments d'un ensemble que les ensembles eux-mêmes. C'est justement en réalisant un ordre dans les classes d'ensembles équipotents qu'ils arrivent à former l'"échelle" des nombres naturels

$0 < 1 < 2 < 3 < 4 < \dots$

Les tailles, les épaisseurs, les quantités discrètes d'objets sont directement comparables deux à deux et après une série de comparaisons, qui exigent l'apprentissage d'une stratégie, l'ordre est établi.

Au contraire les extensions, les poids, les volumes exigent des instruments.

On "mesure" grossièrement des surfaces irrégulières avec des "unités" arbitraires; avec des noix, ou des noisettes, on peut paver trois petites surfaces dessinées sur un carton (des petits lacs, des prés, etc.):

lac A \longrightarrow 5 noix; lac B \longrightarrow 7 noix; lac C \longrightarrow 10 noix;

Ordre strict: $A < B < C$



Pour les capacités - volume des récipients (pots à confiture, verres, bouteilles ...) la comparaison peut être faite avec du *sable*, en le transvasant d'un récipient à l'autre. Il faut organiser ce travail par petits groupes. Le maître suit les opérations, il écoute les dialogues des enfants, il pose des questions pour mieux orienter les activités. Les enfants de deuxième comprennent aisément qu'un ordre strict ne permet de classer que des éléments "non égaux". On peut alors introduire les relations \leq et \geq pour classer aussi les groupes d'objets "égaux" d'un en-

semble. Cette notion s'établira de façon plus sûre si on travaillera non seulement sur les longueurs, mais aussi sur les poids, les capacités, les volumes, en mettant à la disposition de la classe le matériel convenable.

Ordre métrique

Si au cours de la classe de quatrième on demande aux enfants:

a) de tracer à vue d'oeil sur papier blanc une droite de 10 cm de longueur;

b) de la diviser en centimètres;

c) de subdiviser un de ces centimètres en millimètres

L'ensemble des réponses pourrait décourager l'instituteur.

Les difficultés des enfants ne sont pas seulement d'ordre conceptuel car il ne maîtrisent pas la notion d'ordre métrique, qui comprend à son tour plusieurs sous-notions et connaissances: concept d'étalon standardisé, d'unité de mesure fractionnée en unités successives, propriétés des matériaux, etc. Du point de vue opératoire l'utilisation des instruments de mesure exige une longue période d'apprentissage car le problème fondamental des erreurs systématiques et accidentelles dont on a parlé auparavant, n'est compréhensible que par la pratique.

Du point de vue perceptif on a constaté que les enfants qui ont intériorisé les dimensions des unités fondamentales par des activités motivées et bien échelonnées dans le temps ont développé des capacités "métriques" plus solides: la réglette n° 10 "des nombres en couleur", le "plat" de 10 cm de côté des Bloc multibase Diénès (ou d'autre matériel semblable), le cube de



10 cm de côté de ce même matériel, le cube-litre transparent, le kilo en métal, etc... sont de bons modèles à la portée des enfants.



Le mètre des menuisiers ou des maçons est un instrument très compliqué car il comprend au moins cinq mesures de longueur: m, dm, cm, demi-cm, mm.

Souvent le premier double dm est subdivisé en demi-mm. Son emploi est possible à partir du deuxième cycle, mais à la condition que les enfants aient suivi un véritable "stage" comprenant à peu près les étapes suivantes:

- mesure d'objets avec des instruments non standardisés: hauteur d'une chaise: 4 crayons et 2 ou 3 gommes (par défaut ou par excès);
- comparaison des mesures obtenues et discussions visant à
 - . choisir l'instrument plus convenable;
 - . unifier les instruments et les modes d'emploi;
 - . mettre en évidence les erreurs;
- présentation aux enfants du dm, sous forme de petite barre en bois (section carrée de 2 ou 3 cm de côté) non divisée en cm.



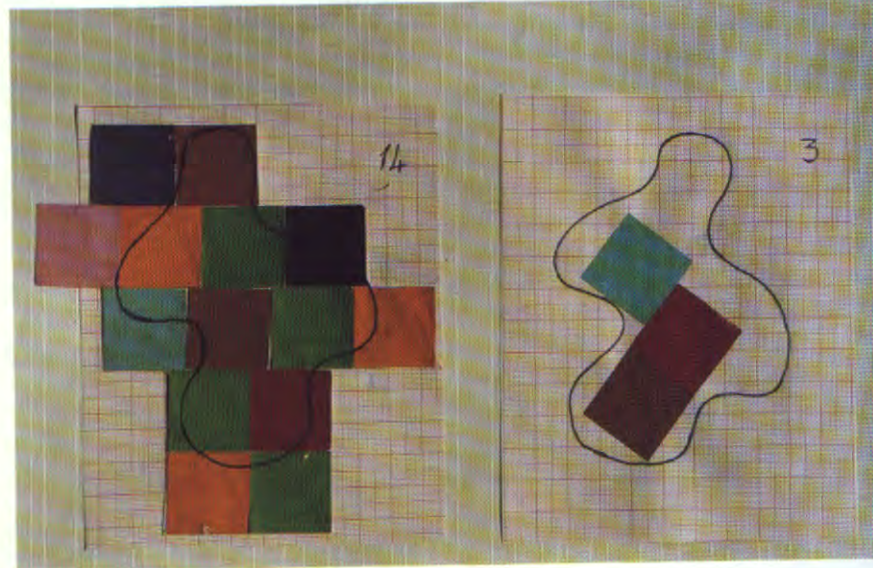
- construction du double décimètre et du mètre divisé en dm et ensuite subdivisé en demi-décimètres
- étude des rapports entre ces mesures: $1 \text{ m} = 10 \text{ dm} = 5 \text{ doubles dm} = 20 \text{ demi-dm}$

Expression orale et écrite d'une même valeur par des unités différentes.

Dès que les enfants maîtrisent la notion de mesure par défaut et par excès, ils seront à même de donner un ordre métrique à un ensemble d'objets.

Longueurs. Dans la plupart des classes on démarre par les mesures de longueur, car elles n'exigent que des matériels et des procédés très simples.

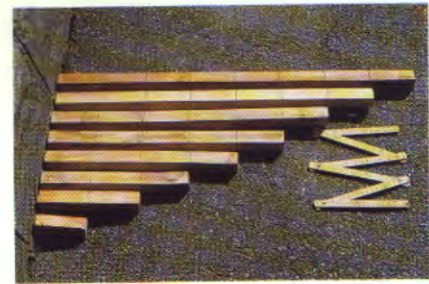
Surfaces et aires. Des pavages des surfaces avec des étalons arbitraires (noix, graines, capsules des boissons,...) à l'utilisation de gommettes carrées (côté 2 ou 3 cm) pour mesurer l'aire de 3 ou 4 surfaces irrégulières



res et ensuite régulières. Les difficultés sont nombreuses: compter un certain nombre d'objets, les aligner pour ne pas commettre des erreurs de comptage; se rendre compte de l'existence de deux dimensions, essayer de réduire les erreurs, etc.

Volumes. Remplir des boîtes avec des objets ayant un volume à peu près équivalent: des fruits, des billes, des balles de ping-pong ou de tennis. Donner des valeurs par défaut (rester sous le niveau du bord) et par excès (déborder).

Utiliser des instruments plus convenables: des parallélépipèdes des jeux de construction, des dés et des cubes égaux. Construire des parallélépipèdes et des cubes avec des unités régulières et leur donner un ordre métrique.



Capacités. Remplir et vider des récipients avec un verre, une bouteille etc. en utilisant de l'eau, du sable, des petites graines. Donner un ordre métrique à un ensemble de 3 ou 4 récipients: cuvettes, seaux, marmites. Présenter aux enfants le litre sous forme de cu-

be transparent et établir une première et concrète liaison entre les mesures de volume et de capacité.

Poids. On a déjà parlé de l'utilité d'une balance à deux plateaux.

Le parcours à suivre est le même: choix d'un étalon-poids arbitraire, mise au point d'une petite stratégie pour la succession des pesées, etc.

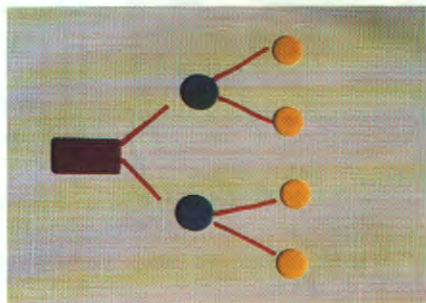
Monnaies. Il s'agit d'un matériel didactique par excellence qui n'est pas très utilisé dans nos classes. Et pourtant son importance dans la vie quotidienne donne aux enfants de formidables motivations, à tel point qu'à l'âge de 7 - 8 ans ils apprennent spontanément à compter l'argent pour faire leurs emplettes: un jus de fruits (450 £), une glace (1200 £), un journal hebdomadaire (1900 £).

Les petits de la classe de première jouent très volontiers au marché. Le jeu permet d'attribuer des valeurs fictives aux marchandises. Il est possible d'utiliser de vraies monnaies car les enfants comptent les pièces comme des objets:

1 pièce de cent liras, 2 pièces de cent liras, 3 pièces....

cependant, pour les initier aux mystères des *échanges* il vaut mieux simplifier les situations en utilisant des jetons pour arriver aux ordres sériels et finalement à l'ordre métrique qui est la notion-clef pour la compréhension des échanges.

Un schéma à arbre (arborescence) représente très clairement la correspondance de ces mesures. A ce point le passage à l'écriture des équivalences est à la portée de tout enfant de première:



1 rouge = 2 bleus
1 bleu = 2 jaunes
1 rouge = 4 jaunes

Les étapes successives: ranger un ensemble de "marchandises" quelconques en ordre métrique de valeur (prix) en se servant d'abord d'un seul type de jetons (ou pièces), ensuite de deux types de jetons et finalement de la gamme complète.

Histogrammes

L'emploi de graphiques est très diffusé même au premier cycle: diagrammes de Venn, graphes sagittaux, tableaux à double entrée, etc. Un histogramme est un graphique très simple constitué de rectangles de même base, placés côte à côte et dont la hauteur est proportionnelle à la quantité à représenter. Sur l'axe horizontal on marque les valeurs des variables indépendantes, sur l'axe vertical les valeurs des variables dépendantes.



Cet histogramme a été dressé en classe de deuxième pour étudier les variations du nombre de graines dans une "population" (ensembles d'individus soumis à une étude statistique) de 25 gousses de petits-pois achetées par la mère d'un élève.

Voilà la succession des opérations:

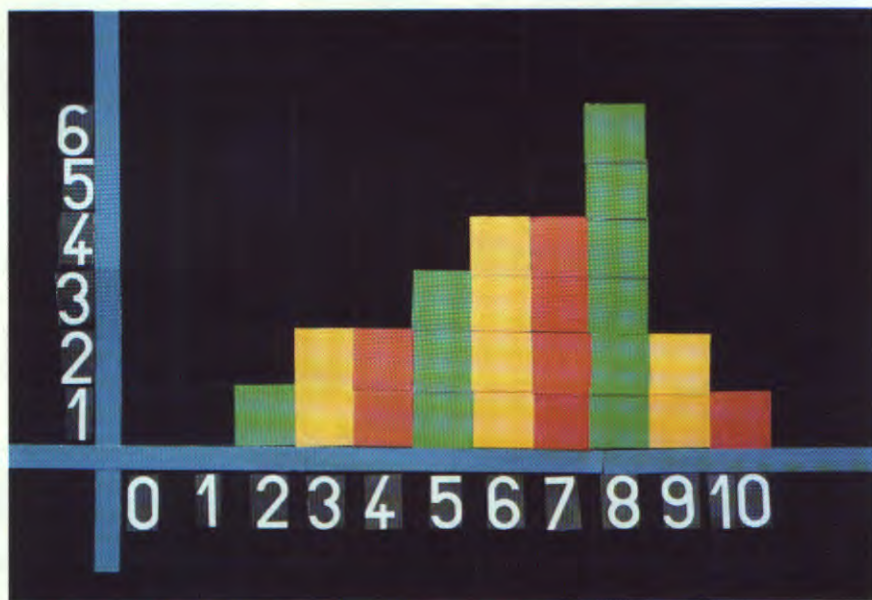
1. comptage des gousses (nombre de gousses) : 25 ;
2. ouverture des gousses; comptage des graines de chacune;
3. formation des classes de gousses contenant le même nombre de graines: 9 classes (de 2 à 10);

une réponse par un seul nombre à la question

- combien de graines dans une des 25 gousses de pois achetées ce matin? etc...

On peut amener les enfants à lire, de façon graduelle, les variations de fréquence données par l'histogramme:

- le pic le plus élevé (la classe 8 a une fréquence de 9);
- l'extension des fréquences (entre 2 et 19). C'est le rayon de distribution;
- les fréquences les plus nombreuses (6+7+8) c'est le rayon central où se trouvent le 2/3 des gousses.



4. construction d'un "histogramme" à colonnes avec les briques en bois d'un jeu de construction;

5. construction d'un histogramme sur papier en collant des rectangles colorés sur une grille préparée par l'enseignant;

6. écriture des valeurs dans les deux entrées.

Il est impossible de donner

Tout en évitant les termes techniques on peut faire comprendre aux enfants que ce type d'évaluation permet de faire quelques prévisions valables *uniquement* pour la population examinée. L'étude d'un autre ensemble de gousses de pois pourrait donner des histogrammes très différents.

Sergio BOSONETTO