

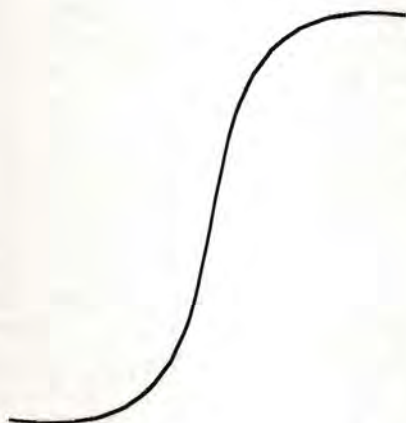


Éléments de pré-analyse...

et germes de la pensée infinitésimale à l'école primaire

Piero Brunet - Enseignant

Les "mathématiques de bois" et les "mathématiques transparentes" à l'école élémentaire



Considérations

Outre la curiosité qu'il ne manquera pas d'éveiller, ce type de rapport risque de susciter, et à juste titre, une certaine perplexité, notamment chez les "professionnels du secteur".

Je dois avant tout préciser que mon exposé n'a pas été élaboré simplement sur un plan théorique mais qu'il est, avant tout, le fruit de réflexions et d'observations concrètes, acquises sur le terrain, en l'occurrence à l'école primaire.

Avant d'entrer dans le détail des contenus et des modalités de déroulement de l'expérimentation qui a été réalisée à l'école élémentaire, je tiens à répondre à une question plus immédiate: pourquoi introduire des germes de la pensée infinitésimale à l'école primaire?

Les raisons qui m'ont amené à entreprendre ce travail sont de différente nature, certaines même partent d'un milieu bien éloigné de l'école primaire.

A ce propos, il m'arrive d'écouter les confidences de beaucoup d'étudiants de première année, inscrits dans des facultés de sciences.

Nombre d'entre eux expriment leur déception et leur découragement face aux difficultés qu'ils rencontrent pour comprendre le sens profond de certains concepts fondamentaux de l'analyse infinitésimale.

Il en est même qui se voient contraints à abandonner au bout de quelques mois seulement, tant ces difficultés leur semblent au-dessus de leurs forces. Ces étudiants-là ne sont pas toujours les moins doués et je voudrais inviter les professeurs des différents cycles à réfléchir sur ce sujet.

Je suis convaincu qu'une bonne partie des difficultés auxquelles se heurtent ces étudiants découle de l'acquisition incorrecte, sinon de la non acquisition, de quelques-uns des éléments fondamentaux tels que constante,

variable, fonction et surtout rapport.

A mon avis il serait possible de leur faciliter quelque peu la tâche dès l'école primaire.

Les objectifs à définir dans ce premier degré sont limités mais, correctement poursuivis, ils contribuent à préparer un terrain fertile où prospérera l'arbre des connaissances de chaque élève; un arbre qui a besoin, pour se ramifier, d'être soutenu par des racines solides.

Du fait justement du rôle spécifique dont l'école primaire est investie, et qui consiste essentiellement dans "l'acquisition des instruments du savoir" et dans "la consolidation des processus de ce savoir", de nombreux concepts trouvent ici le moyen le plus approprié d'être introduits d'une manière sûre et durable.

La possibilité d'élaborer de nouveaux modèles mentaux, en recourant à la manipulation, à la participation active de son corps,

en accordant une grande attention à ses sentiments, à ses sensations, constitue une opportunité unique au cours de la scolarité suivante.

Mon expérience personnelle de classe et celle que j'ai acquise ces dernières années, à l'occasion des différents cours de recyclage dans le domaine logico-mathématique, que j'ai eu à dispenser aux enseignants de l'école primaire, me permettent d'affirmer qu'il est possible d'introduire, et avec de bons résultats, des germes de la pensée infinitésimale déjà à partir des premières classes primaires. Ceci, en respectant bien entendu les rythmes et les intérêts particuliers de chaque élève, en exploitant convenablement leur perplexité et leur curiosité.

Les raisons d'une expérimentation

Plus de soixante-dix enseignants de l'aire logico-mathématique et de l'aire linguistique de sept circonscriptions didactiques de la Vallée d'Aoste ont pris part, même si de façon différente, à cette expérimentation.

Les raisons qui ont amené un nombre aussi grand d'enseignants à adhérer à ce projet résident, je pense, dans quelques observations et considérations qui ont trait au "concept de mesure" ou mieux aux "concepts de mesure".

L'idée de "mesure" que se forme chaque élève au cours de l'école primaire, passe par différentes phases, par différentes conceptions et subit un processus de maturation lente, de la première à la cinquième année d'école.

Le rôle de l'enseignant est d'agir de manière à ce que cette maturation s'effectue le plus naturellement possible, par le biais d'expériences et de problèmes.

Les étapes principales, au cours desquelles l'enfant construit ses modèles, quant au concept de mesure, se ramènent à de véritables conceptions, que j'oserai définir, avec arbitraire sans doute, conception subjectiviste, conception statique et conception dynamique.

Conception subjectiviste

Lorsqu'il entre à l'école primaire, l'enfant de six ans apporte avec lui un bagage considérable de connaissances.

A cet âge-là, il a sa propre idée de la mesure, caractérisée par une composante de subjectivité très marquée.

Celle-ci coïncide avec l'évaluation, en ce sens qu'il prend les mesures du monde qui l'entoure: la taille de ses camarades, le poids de son cartable, la disponibilité de ses parents, la patience de ses maîtres et maîtresses...

Dans cette phase, les idées de qualité⁽¹⁾ et d'arbitraire l'emportent largement sur celles de quantité et de convention.

Un lent processus de quantification s'amorce néanmoins déjà très tôt chez l'enfant. Ce dernier quantifie en effet à sa manière lorsqu'il ouvre les bras ou rapproche ses petites mains l'une de l'autre, comme s'il allait les joindre, pour dire:

«je t'aime beaucoup - ou bien - je t'aime un peu».

Grâce aux activités que lui propose l'enseignant, l'enfant peut, au cours de ses premières années d'école, reparcourir ce long chemin ardu qui a conduit l'humanité, à travers un lent processus de quantification, à la conquête de ce système de mesure international⁽²⁾, actuellement en vigueur.

Le passage graduel de l'utilisation d'unités de mesure arbitraires telles: le pouce, l'empan, le pas, etc... à des unités conventionnelles rentre dans les activités didactiques normales prévues par les Nouveaux Programmes de l'Ecole primaire.

Conception statique

Les propositions contenues dans les Nouveaux Programmes de l'école primaire se réfèrent, presque exclusivement, à ce que j'appellerai conception statique:

"- ...

- mesurer et calculer le périmètre et la surface des principales figures planes.

- trouver le volume d'objets même par des stratégies et des

(1) "... nel XIII e XIV secolo la filosofia-matematica si occupa con profondo acume di un ente (forma) che, grosso modo, possiamo chiamare qualità (velocità, accelerazione, temperatura, intensità di illuminazione, odio, amore, ecc.)"

"La velocità è, per i filosofi medioevali, un concetto primitivo, una qualità del moto che, lo ripetiamo, subirà un lentissimo processo di quantificazione" (de Pascal Dupont <<Appunti di storia dell'analisi infinitesimale>> deuxième tome, première partie, p 48...50).

(2) En 1765, Diderot écrit dans le XIIe volume de l'ENCYCLOPÉDIE DES ARTS ET DES MÉTIERS:

"Non seulement la réduction des poids de toutes les nations à un seul est une chose impossible, mais la réduction même des différents poids établis dans une seule nation n'est pas praticable, témoins les efforts inutiles qu'on a faits en France pour réduire le poids sous Charlemagne, Philippe Le-Long, Louis XI, François Ier, Henri II, Charles IX, Henri III, Louis XIV."

"Queste sfiduciate parole, questa completa mancanza di preveggenza da parte di uno tra i più illustri illuministi francesi possono risultare sconcertanti se si pensa che furono scritte a meno di trent'anni dalla prima elaborazione di quel sistema metrico che avrebbe compiuto il 'miracolo' dell'unificazione di tutti i pesi e di tutte le misure su scala mondiale." (de Candido Sitia dans "L'INSEGNAMENTO DELLA MATEMATICA E DELLE SCIENZE INTEGRATE", vol. 11, n° 7/8, p 744).

unités de mesure différentes.

- connaître les principales unités internationales et pratiques pour la mesure de longueurs, surfaces, volumes/capacités, poids; savoir les utiliser correctement pour calculer les mesures.

- passer d'une mesure exprimée en une unité donnée à une autre mesure équivalente.

- calculer les mesures: d'ouverture des angles (en degrés), de durée (en heures, minutes et secondes)".

Objectivité, quantification et convention représentent le pivot autour duquel œuvre l'enfant, dans le domaine des mesures, au cours du deuxième cycle (classes de troisième, quatrième, cinquième).

Il est demandé à l'élève de déterminer des valeurs d'entité statique, des valeurs suivies d'un "signe" unique, c'est-à-dire qui se réfèrent à une seule unité de mesure.

Exemple:

longueur d'une barre = 2 m

poids d'une brique = 1,5 kg

durée de la récréation = 15 minutes

contenu d'un récipient = 3,5 hl

etc...

Lors de ces activités les variations qu'une grandeur déterminée subit dans le temps ne sont, généralement, jamais prises en considération; d'où l'expression: "conception statique". Quelques observations élémentaires suffisent néanmoins à nous faire comprendre que l'élève vit quotidiennement plongé dans une réalité où entrent en jeu des grandeurs qui varient avec le temps: *la fleur qui s'épanouit, la bougie qui se consume, l'enfant qui grandit, les pantalons qui deviennent tous les mois un peu plus courts (sic!), le chat qui grossit, le crayon qui s'use et raccourcit, la plume qui tombe et se casse, la récréation qui prend fin...*

Se pencher sur ces grandeurs qui varient, dans le temps, signifie prendre en considération la réalité où vit l'enfant, une réalité

qui est proche de ses intérêts, qui fait partie de son vécu quotidien.

Les objectifs que l'enseignant doit poursuivre sont en définitive très simples et doivent tenir compte du rôle spécifique qu'assume l'école primaire et, comme il l'a été dit précédemment, de la possibilité d'élaborer de nouveaux modèles mentaux, par le biais de la manipulation, par le biais de la participation active de son corps, par la place accordée à ses sentiments, à ses sensations, par l'exploitation donc de ces opportunités, de ces occasions qui se répéteront difficilement au cours de la scolarité suivante.

C'est pour ces raisons, à mon avis, que l'école primaire ne peut ni ne doit déléguer à aucune autre école, qu'il s'agisse de l'école moyenne, de l'école supérieure, voire de l'université, la tâche d'affronter, pour la première fois, les problèmes ayant trait aux variations de grandeurs.

Conception dynamique

L'enseignant de l'école primaire peut utiliser à bonne fin les observations concernant par exemple la variation de la température, le grossissement (sic!), la vitesse, la croissance.

Le fait que l'élève vive personnellement et intensément les différentes phases de sa croissance, offre une occasion qu'il est impossible de ne pas saisir si l'on veut affronter et en tirer des conclusions intéressantes, les différents aspects liés au concept de croissance.

Les germes des concepts de constante, de variable, de directement proportionnel, d'inversement proportionnel, de fonction, de rapport, constituent les ingrédients naturels des discussions qui naissent au sein du groupe de classe.

Au cours de ces discussions, la variable "temps" revient très fréquemment, au début d'une manière plutôt approximative et pas toujours correcte.

L'élève prend toutefois bien vite

conscience du rôle que cette variable joue dans le contexte des expériences sur la croissance, la variation de température, le grossissement, la vitesse, etc...

Dans ce contexte, il s'approprie lentement certaines notions préliminaires qui facilitent la lente et progressive maturation des concepts de fonction et de rapport.

IMPORTANT

A propos des aspects liés à la "conception dynamique" de la mesure, ce travail permet de formuler essentiellement deux propositions:

1ère proposition: introduction aux concepts de constante, de variable, de directement proportionnel, de inversement proportionnel, de rapport. . .

2e proposition: introduction de "germes de la pensée infinitésimale".

Pour ce qui concerne la première proposition, aucune connaissance supplémentaire, en mathématique, est demandée aux enseignants de l'école élémentaire. La deuxième proposition, par contre, prévoit, de la part des enseignants, un certain nombre de connaissances au sujet des fondements du calcul infinitésimal et précisément le concept de dérivée et le concept de limite.

Dans la plupart des cas, les enseignants engagés dans ce projet se sont limités à travailler sur les aspects se rapportant à la première proposition.

Travail présenté:

- à l'Université Bocconi de Milan, en occasion du séminaire "Per una storia dell'Analisi matematica" ('93)

- à l'Université de Palerme (Département de Mathématique) ('93)

- à l'Université de Paris VII (Département de Mathématique) ('94)