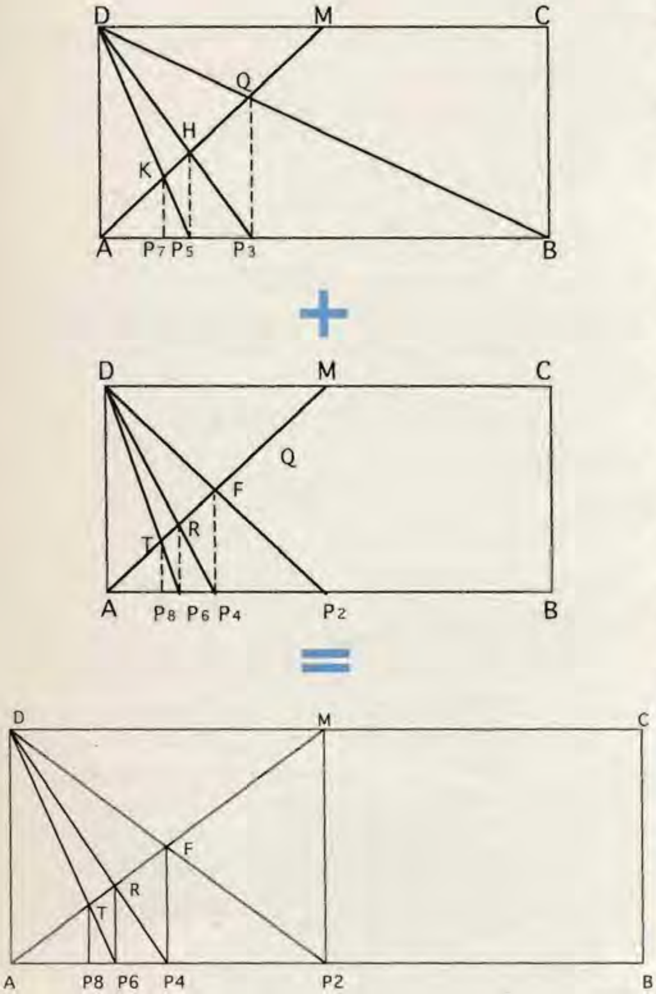
Un autre exploit: un plus un, égale un.(*)



J'ai lu avec beaucoup d'intérêt l'article "Il dopo Euclide" publié par le Prof. Federico Peiretti dans le dossier "Tuttoscienze" de "La Stampa" du mercredi 19 février 1997.
J'ai été particulièrement frappé non seulement par la solution alternative et originale proposée dans le problème de la subdivision en **n** parties égales d'un segment donné, mais aussi par la méthode utilisée par les deux jeunes garçons américains âgés de quatorze ans, Dave et Dan.
Dans le sillage de la plus pure recherche expérimentale qui passe à travers les différents essais et erreurs pour arriver enfin à la solution ou aux solutions recherchées, les deux jeunes ont su trouver une réponse différente et originale au problème abordé et résolu par Euclide, il y a plus de mille ans, et que nous connaissons comme une application du Théorème de Thalès.
Le fait que les deux algorithmes proposés pour cette solution soient distincts, un pour la division en un nombre pair de parties égales et l'autre pour la division en un nombre impair de parties égales, rend, à mon avis, encore plus intéressant leur travail.

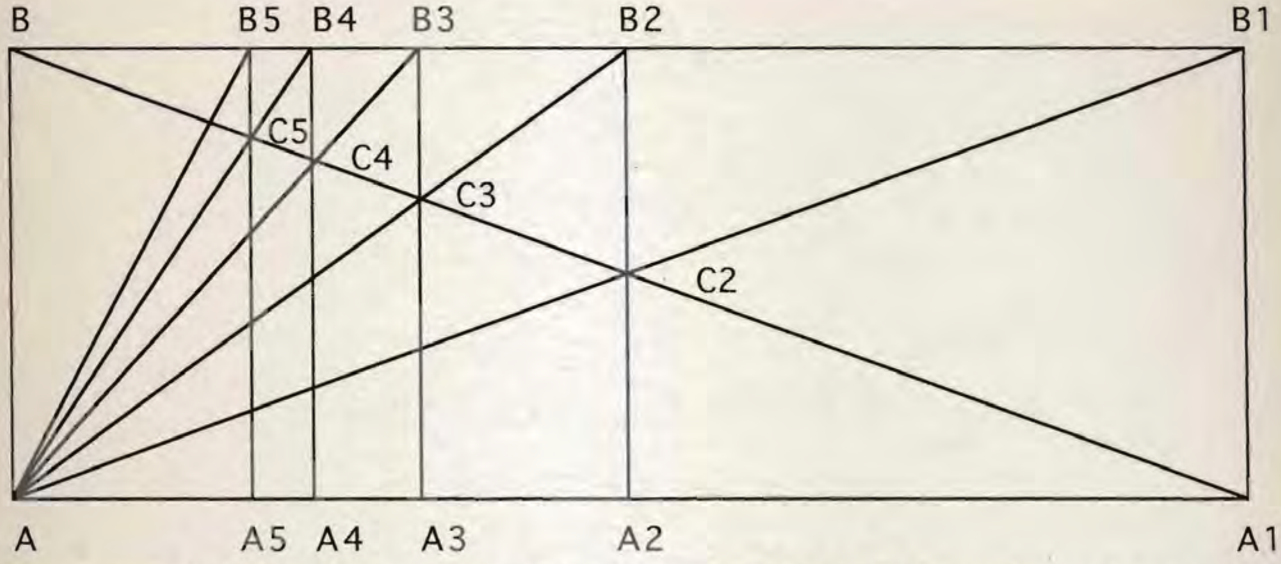
Après avoir lu attentivement l'article en question, j'ai senti comme une espèce de "chatouillement" et la correspondante envie de chercher un algorithme **unique** qui, tout en gardant les caractéristiques des deux proposés, permette de résoudre le problème de façon générale, c'est-à-dire de partager un segment indifféremment en un nombre pair ou impair de parties égales.
Dans la recherche de cette solution j'avoue avoir suivi un itinéraire un peu différent de celui des deux jeunes étudiants, c'est-à-dire comme on le retrouve sur "Tuttoscienze".
Les données d'état civil, malheureusement pour moi, considérablement différentes, ont certainement influencé ce choix.
Pour ce qui me concerne, j'ai suivi mentalement une trace de raisonnement de type inductif et je me suis posé l'objectif de trouver une construction capable de répondre au raisonnement suivant:

soit un segment AB; si, par une construction donnée, je détermine son milieu O, nous aurons $AO=1/2\ AB$. Puis, répétant cette construction, si je réussis à trouver un point O' tel que $AO'=1/2\ O'B$, alors j'aurai $AO'=1/3\ AB$. Et si, poursuivant de la même façon, je réussis à trouver un point O'' tel que $AO''=1/3\ O''B$, alors on aura $AO''=1/4\ AB$....et ainsi de suite.

J'ai trouvé, peut-être avec un peu de chance, ce que je voulais, obtenant une construction qui en réalité est la fusion et la généralisation des procédés mis en œuvre par les jeunes Dave et Dan.
Je pense que cette construction peut donc apporter une petite contribution à l'œuvre des deux américains, en complétant leur proposition.
Je ne voudrais pas ennuyer le lecteur en lui présentant tous les passages nécessaires pour compléter la relative démonstration (qui par ailleurs est très simple), je préfère simplement indiquer, à grandes lignes et sur un dessin, le raisonnement suivi.

Piero Brunet

(*) *Ce titre, qui ne veut en aucune façon être irrespectueux ni pour Euclide ni pour les deux jeunes américains, doit simplement être pris au premier degré. Notre collaborateur, P. Brunet, amoureux de la mathématique, nous explique comment il s'y est pris pour arriver à un schéma unique en partant des deux proposés par Dave et Dan. D'où 1 + 1 = 1.(cqfd) (N.D.L.R.)*

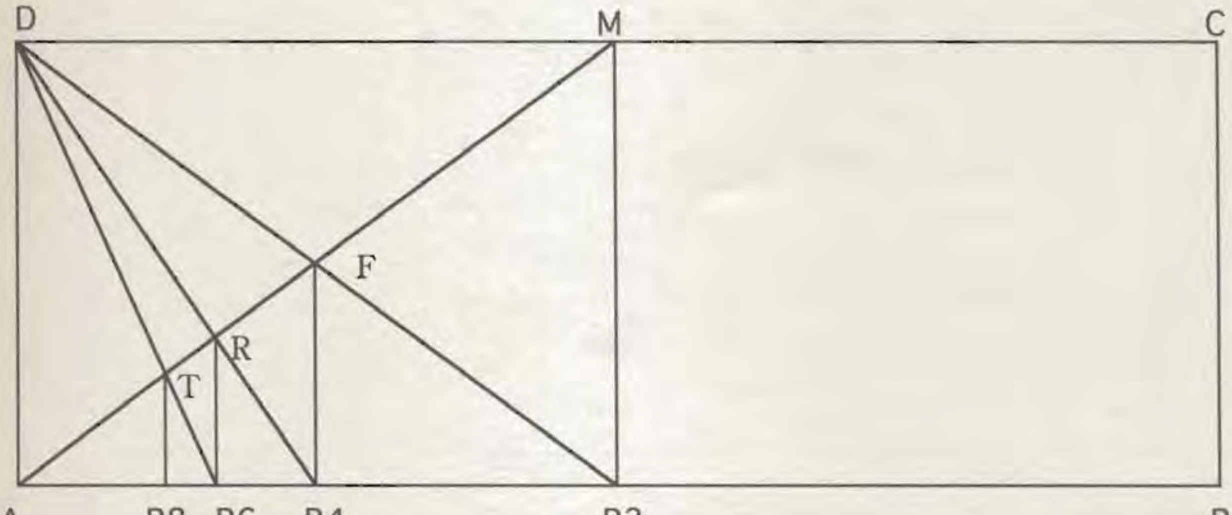


Soit un segment **A A1**, quelconque; je construis le rectangle **A A1 B1 B** (B1 quelconque), puis ses diagonales **A B1** et **A1 B**, enfin, passant par **C2**, le segment **B2 A2 _|_ A A1**.
Je joins **A B2** et trace **B3 A3** (passant par **C3**). Par l'évidente similitude des triangles **A C3 A1** et **B2 C3 B** on a:
B3 C3 = 1/2 C3 A3(1) ⇒ **B3 C3 = 1/3 B3 A3** ⇒ A A3 = 1/3 A A1.
De la même façon on peut déduire que:
B4 C4 = 1/3 C4 A4(2) ⇒ **B4 C4 = 1/4 B4 A4** ⇒ A A4 = 1/4 A A1.
Et ainsi de suite...

(1) On démontre facilement que B3 C3 = 1/2 C3 A3, par l'évidente similitude des triangles B C3 B2 et A1 C3 A qui ont respectivement B B2 = 1/2 A A1.

(2) En répétant le procédé précédent on obtient B4 C4 = 1/3 C4 A4 par similitude des triangles B C4 B3 et A1 C4 A qui ont respectivement B B3 = 1/3 A A1.

A partir de la deuxième construction proposée par Dave et Dan...



Le même résultat (subdivision en n parties égales d'un segment donné) peut être obtenu en considérant le demi rectangle **A P2 M D** de la construction proposée par les deux jeunes américains pour la subdivision en un nombre pair de parties égales.
Etant donné que les nombres pairs peuvent être exprimés sous la forme $2n$, il suffit que chaque segment obtenu soit rapporté non pas au segment unitaire **AB** mais à sa moitié **A P2** pour que les points **P2, P4, P6, P8**... se transforment respectivement en **P1, P2, P3, P4**,...